

Verifizierung der Abkühlkonstanten

Bernd Haider, Version 1, 27.02.2019

Während der Ermittlungen im Mordfall Charlotte Böhringer, wurde versäumt, die nötigen Temperaturen zu registrieren, die zur Abschätzung des Todeszeitpunkts erforderlich sind. Trotzdem wurde aus unzureichenden Informationen ein Zeitpunkt der Ermordung rekonstruiert. Außenstehenden bleibt verborgen, dass dafür indirekt eine Annahme über die Wärmeisolierung der Kleidung getroffen wurde. Es erweist sich als plausibel, dass die Kleidung zum ruhigen Aufenthalt in der Wohnung und auch zur Fortbewegung im Freien passt.

Die Differentialgleichung zur Beschreibung der Abkühlung eines Körpers lautet

$$dTK/dt = AC * (TU - TK) \quad \text{Newtonsches Abkühlungsgesetz}$$

Dabei sind

- * Symbol für Multiplikation
- TK: Körpertemperatur
- TU: Umgebungstemperatur
- AC: Abkühlkonstante
- t: Laufende Zeit
- dt: Infinitesimal kleiner Zeitschritt
- dTK: Temperaturänderung während dieses kleinen Zeitschrittes.

Das Verhältnis dTK/dt ist die Geschwindigkeit der Temperaturänderung in Grad pro Sekunde.

Der praktische Ansatz zur numerischen Lösung dieser Gleichung lautet:

$$\Delta TK = \Delta t * AC * (TU - TK)$$

Die konkrete Rechnung zeigt, dass relativ lange Zeitintervalle von $\Delta t = 300 \text{ sec}$ anstelle des kurzen dt und ein darauf bezogenes ΔTK für den langsam laufenden Abkühlungsvorgang ausreichen. ΔTK ist konkret die Änderung der Körpertemperatur innerhalb von 300 sec.

Für jeden vieler aufeinanderfolgender Zeit- bzw. Rechenschritte wird zunächst ΔTK nach der angegebenen Formel aus den aktuellen Temperaturen berechnet und darauf die Körpertemperatur um ΔTK verändert (lineare Extrapolation):

$$TK(t + \Delta t) = TK(t) + \Delta TK$$

Dabei sind $TK(t)$ die Körpertemperatur zu einem Zeitpunkt t und $TK(t + \Delta t)$ die Körpertemperatur 300 sec später.

Auch beim lebenden Körper gibt es einen Wärmeverlust, der aber kaum zur Änderung der Körpertemperatur führt, weil er durch die interne Wärmeerzeugung kompensiert wird. Wenn irgend möglich wird sich ein Mensch immer so kleiden, dass das Verhältnis aus Wärmeverlust und Wärmeerzeugung ausgeglichen ist. Ist die Kleidung zu leicht (Wärmeisolierung zu gering), kühlt der Körper im Laufe der Zeit aus, er beginnt zu frieren und zu zittern. Ist die Kleidung zu dick (Wärmeisolierung zu gut), wird es ihm zu warm und er beginnt zu schwitzen.

Charlotte Böhringer hat sich angeblich gekleidet, um die Wohnung zu verlassen. Wir gehen deshalb davon aus, dass sie ihre Kleidung (Wärmeisolierung) so gewählt hat, dass sich die Wärmeabgabe durch ihre Kleidung hindurch und die Wärmeerzeugung des Körpers einigermaßen die Waage gehalten haben. Das erlaubt uns, die Abkühlkonstante AC zu verifizieren.

Die Wärmeleistung (Wärmeerzeugung je Zeiteinheit) des menschlichen Körpers in Watt ist bekannt. Sie beträgt für einen durchschnittlichen Mann mit 70 kg Körpermasse ungefähr

60 W beim Schlafen
95 W beim Liegen
140 W beim Stehen
300 W beim Gehen

C.B. ist mit 60 kg leichter als der zugrunde gelegte Durchschnitt. Deshalb wäre für das „ausgehfertig“ bekleidete Opfer auf der Straße eine Wärmeleistung von 250 W zu erwarten. Innerhalb der Wohnung würde diese Kleidung auch zu einer Wärmeleistung von 100 W passen, weil es dort wärmer ist.

Die Abschätzung des Todeszeitpunkts durch die Gerichtsmedizin und die Wärmeisolierung der Kleidung müssen zusammen passen, falls die Abschätzung einigermaßen realistisch sein soll.

Am zuverlässigsten lässt sich die Abkühlkonstante ermitteln, in dem die Körpertemperaturen beim Auffinden des Leichnams und ein bis zwei Stunden später erneut gemessen werden. Wenn das versäumt wird, bieten sich eine Ermittlung bzw. eine Überprüfung anhand der zu erwartenden Wärmeleistung des Körpers an.

Die ständige Wärmeabgabe eines lebenden Körpers ist identisch mit dem Wärmeverlust innerhalb der ersten Minuten nach Eintritt des Todes (bei einer Körpertemperatur von 36 Grad). In der Formel

$$\Delta TK = \Delta t * AC * (TU - TK) = 300 \text{ s} * 0,000024 \text{ s}^{-1} * (19,4 \text{ °C} - 36 \text{ °C}) = 0,11952 \text{ °C}$$

charakterisiert die Temperaturabnahme ΔTK den Wärmeverlust innerhalb von 300 s. Die Zahlenwerte ergeben sich aus der numerischen Lösung der Differentialgleichung für den Fall der im Urteil enthaltenen Bedingungen, also Umgebungstemperatur 19,4 °C und Abnahme der Körpertemperatur von 36 Grad auf 20,4 Grad im Zeitraum vom 15.05.2006, 18:30 Uhr bis zum 17.05.2006, 2:50 Uhr.

Innerhalb einer Sekunde ($\Delta t = 1 \text{ s}$) beträgt die Temperaturabnahme

$$\Delta T_S = \Delta t * AC * (T_U - T_K) = 1 \text{ s} * 0,000024 / \text{s} * (19,4 \text{ °C} - 36 \text{ °C}) = 0,000398 \text{ °C}$$

Die Berücksichtigung der Körpermasse und der Spezifischen Wärme ergibt sich die dafür benötigte Wärmemenge

$$Q = \Delta T_S * m * c$$

$$\Delta T_S = 0,000398 \text{ °C}$$

$$m = \text{Körpermasse} = 60 \text{ kg}$$

$$c = \text{Spezifische Wärme von Wasser} = 4182 \text{ J/kg} * \text{K}$$

(J: Joule, Ws: Wattsekunden, K: Grad Kelvin entspricht °C)

$$Q = 0,000398 \text{ K} * 60 \text{ kg} * 4182 \text{ J} / (\text{kg} * \text{K}) = 99,9 \text{ J} = 99,9 \text{ Ws}$$

$$\text{Das entspricht der Wärmeleistung } P = 99,9 \text{ Ws} / \text{s} = 99,9 \text{ W}$$

Damit stimmt die in den Ausführungen des Urteils indirekt enthaltene Wärmeleistung des Opfers mit der als plausibel angesehenen Leistung überein.